

Strömungsakustik II SS 10, Übungsaufgaben Blatt 1

Abgabe: Montag der 24. May

Aufgabe 1: Kugelwelle aus Quadrupolen

(4 Punkte)

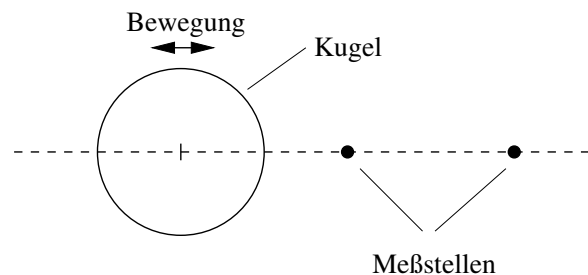
Zeige, dass man durch Überlagerung von drei Quadrupolen eine kugelsymmetrisches Feld – also eine Kugelwelle – erzeugen kann.

Hinweis: Die Aufgabe kann mit einer relativ kurzen Herleitung von wenigen Zeilen gelöst werden. Es sollte nicht mehr als eine Seite Rechnungen abgegeben werden.

Aufgabe 2: Vibrierende Kugel

(4 Punkte)

Eine starre Kugel mit Radius 5 cm oszilliert sinusförmig mit einer festen Frequenz in einer Richtung hin und her. Die maximale Auslenkung der Kugel ist im Verhältnis zum Radius klein. Die Kugel befindet sich in Luft unter Normalbedingungen ($\rho_0 = 1.2 \text{ kg/m}^3$, $c = 340 \text{ m/s}$), und erzeugt durch die Bewegung ein Schallfeld. Auf einer Geraden durch den Kugelmittelpunkt in Bewegungsrichtung werden Druckmessungen mit einem Mikrophon durchgeführt, und daraus wird der maximale Schalldruck bestimmt. Es ergibt sich in einer Entfernung von 10 cm vom Kugelmittelpunkt ein maximaler Schalldruck von 31.46 Pa und in einer Entfernung von 20 cm ein Wert von 12.81 Pa.



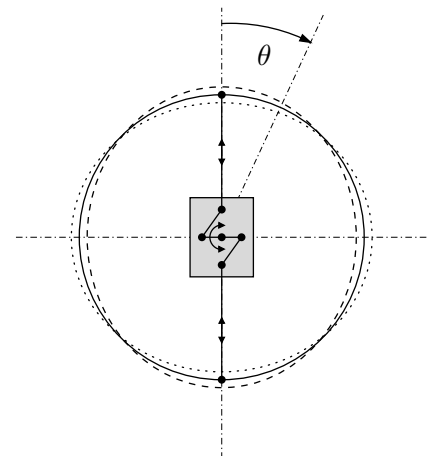
Fragen:

- Wie groß ist die Frequenz der Bewegung ?
- Wie groß ist die maximale Auslenkung der Kugel ?

Aufgabe 2: Verformte Kugel

(8 Punkte)

Eine Firma entwickelt einen neuartigen Lautsprecher, der bei höheren Frequenzen viel richtungsunabhängiger abstrahlen soll als bisherige Modelle. Er basiert auf einer Kugel mit undurchlässiger Oberfläche, die durch einen innenliegenden elektromechanischen Antrieb in einer Richtung gestreckt oder gestaucht werden kann. Diese Richtung wird als Antriebsachse bezeichnet. Beim Zusammenziehen der Kugel in Richtung der Antriebsachse dehnt sie sich gleichzeitig senkrecht zur Antriebsachse aus. Die umgekehrte Verformung stellt sich beim Auseinanderdrücken des Antriebs ein (siehe Skizze). In jedem Fall ist die Verformung achsensymmetrisch. Der erste Prototyp wird mit einem Radius von $a = 5 \text{ cm}$ gefertigt. Im Labor wird der Prototyp mit einer harmonischen Anregung bei einer Frequenz von $f = 10 \text{ kHz}$ getestet. Eine Vermessung der Oberflächenauslenkung mit laseroptischen Methoden zeigt, dass die zeitliche Verformung der Oberfläche in guter Näherung durch die Formel



$$R(\theta, t) = a + E \{ \cos^2(\theta) - \sin^2(\theta) \} \cos(2\pi ft) \quad (1)$$

beschrieben werden kann. Dabei ist $R(\theta, t)$ der momentane Radius der Kugel, der von dem Winkel θ relativ zur Antriebsachse und der Zeit t abhängt. Die Größe E gibt die maximale Änderung des Radius an. Sie beträgt bei den Tests $E = 0.02 \text{ mm}$. Der Ingenieure aus der Entwicklungsabteilung der Firma versuchen, das Schallfeld der sich verformenden Kugel zu berechnen, um mit Messungen in einem

reflexionsarmen Raum vergleichen zu können. Nach langem Grübeln kommen sie auf den Ansatz für das akustische Potential

$$\phi(r, \theta, t) = \operatorname{Re} \left[A \left\{ \frac{e^{i(\omega t - kr)}}{r} \right\} + B \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \left\{ \frac{e^{i(\omega t - kr)}}{r} \right\} \right]. \quad (2)$$

Dabei ist r der Abstand vom Mittelpunkt der Kugel.

Fragen:

- (a) Wie groß wird die radiale Schelle auf der Kugeloberfläche maximal, und an welchen Stellen (Winkel θ) wird das Maximum erreicht?
- (b) Wie groß müssen A und B in dem konkreten Fall sein, um die Randbedingung zu erfüllen? Gebe die komplexen Werte mit Real- und Imaginärteil und mit Einheiten an.
- (c) Wie sieht für die gegebene Frequenz und Auslenkung der RMS-Wert des Schalldrucks in 5 m Entfernung vom Kugelmittelpunkt aus? Stelle den Verlauf des RMS-Wertes als Funktion des Winkels θ dar.

Hinweise: Die Test finden unter Normalbedingungen mit $\rho_0 = 1.2 \text{ kg/m}^3$ und $c = 340 \text{ m/s}$ statt. Wenn es nicht gelingt, Ausdrücke für A und B auf analytischem Wege zu finden, dann können diese Faktoren auch numerisch bestimmt werden. Dazu können Testpunkte auf der Kugeloberfläche definiert und die Lösung angepasst werden, so dass das Quadrat der Abweichungen in der radialen Schnelle minimal ist. Eigentlich ist der numerische Weg aber aufwendiger...