Strömungsakustik II Sommersemester 08, Übungen Blatt 2

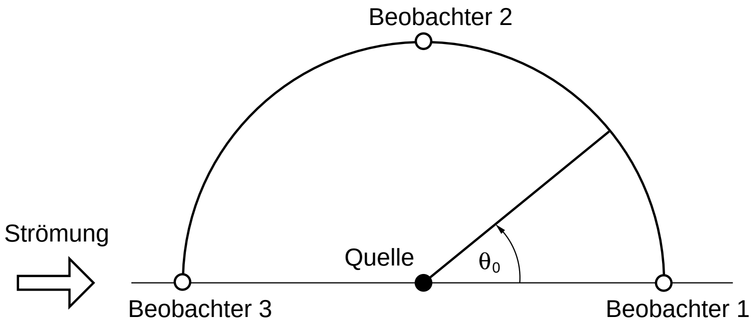
Abgabe: 14. Juli 2008

Aufgabe 1) Bewegte Quelle und bewegter Beobachter (12 Punkte)

Forscher haben eine ideale bewegte Punktquelle entwickelt, deren Schallfeld sich durch die inhomogene Wellengleichung

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \Delta p = Q(t)\,\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_\mathrm{s}(t)) \tag{1}$$

beschreiben lässt. Dabei definiert $\mathbf{x}_\mathrm{s}(t)$ die Bahn der Punktquelle. Die Punktquelle soll in einem Windkanal getestet werden. Sie befindet sich dabei im Bezugssystem des Windkanals an einer festen Stelle. In dem Kanal wird dann bei einer Strömung mit $U = 60\,\mathrm{m/s}$ die Richtcharakteristik der Quelle vemessen. Dazu wird mit einem Mikrofon auf einem Kreisbogen um die Quelle herum der Schalldruck erfasst. Der Abstand zwischen Quelle und Mikrofon beträgt einen Meter. Die Quelle wird so eingestellt, dass sie ohne Strömung in diesem Abstand einen Schalldruck mit 1 Pa RMS-Wert erzeugt.



Hier soll die Richtcharakteristik berechet werden, die theoretisch von der idealen bewegten Punktquelle im Windkanal zu erwarten ist. Dazu wird die Situation im mitbewegten System betrachtet, in dem die Luft ruht. Das bedeutet, auch der Beobachter (das Mikrofon) bewegt sich jetzt relativ zum Medium! Die Lösung für den Schalldruck im mitbewegten System ist allgemein durch

$$p'(\mathbf{x}, t) = \left[\frac{Q}{r\,|1 - M_r|}\right]_{\tau=\tau^*} \tag{2}$$

gegeben. Da sich die Quelle mit Unterschall bewegt, ist keine Summation notwendig. Die Lösung besteht nur aus dem Anteil bei einer Quellzeit τ^*.

<u>Aufgaben:</u>

a) Zeige, dass für die Laufzeit $\Delta t = t - \tau^*$ der Schallwellen von der Quelle zu dem Mikrofon die Beziehung

$$\Delta t = -\frac{\Delta x_1\,U}{c^2 - U^2} + \left[\left(\frac{\Delta x_1\,U}{c^2 - U^2}\right)^2 + \frac{\Delta x_1^2 + \Delta x_2^2 + \Delta x_3^2}{c^2 - U^2}\right]^{\frac{1}{2}} \tag{3}$$

gilt. Dabei ist $(\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3) = \mathbf{x}_\mathrm{m}(t) - \mathbf{x}_\mathrm{s}(t)$ der Abstandsvektor zwischen dem Mikrofon ($\mathbf{x}_\mathrm{m}$) und der Quelle ($\mathbf{x}_\mathrm{s}$), wie er im Windkanalsystem gemessen werden kann. Gebe die

Laufzeit von der Quelle zu den drei in der obigen Abbildung eingezeichneten Beobachtern (exakt stromab, exakt stromauf und exakt lateral) an.

b) Berechne den akustischen Abstand $r = |\mathbf{x}_\mathrm{m}(t) - \mathbf{x}_\mathrm{s}(\tau^*)|$, wie er in Gleichung (2) benötigt wird, als Funktion des Winkels θ_0. Skizziere den Verlauf von r über θ_0. Gebe die Werte von r für die drei Beobachter aus der Abbildung an.

c) Berechne die Beobachtungsmachzahl M_r, wie sie in Gleichung (2) benötigt wird, als Funktion des Winkels θ_0. Skizziere den Verlauf von M_r über θ_0. Gebe die Werte von M_r für die drei Beobachter aus der Abbildung an.

d) Berechne den RMS-Wert des Schalldrucks p_rms als Funktion des Winkels θ_0. Skizziere den Verlauf von p_rms über θ_0. Gebe die Werte von p_rms für die drei Beobachter aus der Abbildung an.

<u>Hinweise:</u>

Die Schallgeschwindigkeit beträgt 340 m/s. zu a) Es gilt die Beziehung

$$c\,(t - \tau^*) = |\mathbf{x}_\mathrm{m}(t) - \mathbf{x}_\mathrm{s}(\tau^*)|$$

im mitbewegten System. Zu beachten ist, dass jetzt auch die Position des Beobachters ($\mathbf{x}_\mathrm{m}$) von der Zeit abhängt. Zunächst sollte ein Ansatz für $\mathbf{x}_\mathrm{m}(t)$ und $\mathbf{x}_\mathrm{s}(\tau^*)$ hingeschrieben werden. Der Rest ist reine Algebra. zu b) Ist einfach. zu c) Es gilt $M_r = M_\mathrm{s} \cos\theta$, wobei M_s die Machzahl der Quellbewegung und θ der Beobachtungswinkel ist. θ entspricht nur bei $U = 0\,\mathrm{m/s}$ dem Winkel θ_0, der in der Abbildung eingezeichnet ist. zu d) Die Lösung ergibt sich direkt aus Gleichung (2), wenn man r und M_r hat.