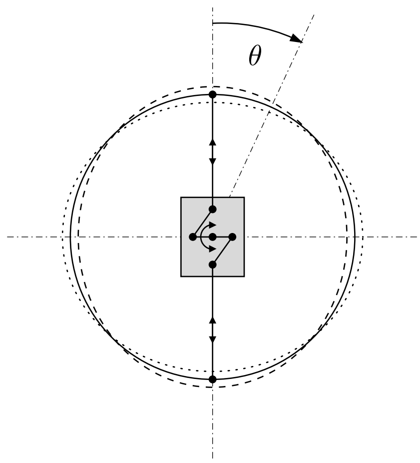
**Strömungsakustik II SS 06, Übungsaufgaben Blatt 1**
Abgabe: Montag der 12. Juni

**Aufgabe 1:** Schalldruck in der Ecke (4 Punkte)
Gegeben sei ein kleiner Lautsprecher der wie eine atmende Kugel arbeitet. Er kann näherungsweise als Punktquelle (Monopol) angesehen werden. Die Quelle befindet sich nahe der Ecke einer riesigen Halle. Zur Vereinfachung werden die gegenüberliegenden Wände vernachlässigt und die Halle als "achtel-unendlicher" Raum angenommen. Formal ausgedrückt: Die Ebenen $x = 0$, $y = 0$ und $z = 0$ sind feste Wände. Sie begrenzen den Raum ($x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$). Der Lautsprecher befindet sich ein Meter vom Ursprung entfernt in diesem Raum – zum Beispiel bei $(x, y, z) = (0.5774\,\mathrm{m},\ 0.5774\,\mathrm{m},\ 0.5774\,\mathrm{m})$. Der Ursprung stellt die Ecke der Halle dar. Die Quelle sendet ein Signal aus, welches im freien Raum (also ohne Wände) in einem Meter Entfernung ein Schalldruckpegel von 80 dB bewirkt.
**Frage:**
Wie groß ist der Schalldruckpegel in der Ecke des Raumes.

**Aufgabe 2: Verformte Kugel** (8 Punkte)
Eine Firma entwickelt einen neuartigen Lautsprecher, der bei höheren Frequenzen viel richtungsunabhängiger abstrahlen soll als bisherige Modelle. Er basiert auf einer Kugel mit undurchlässiger Oberfläche, die durch einen innenliegenden elektromechanischen Antrieb in einer Richtung gestreckt oder gestaucht werden kann. Diese Richtung wird als Antriebsachse bezeichnet. Beim Zusammenziehen der Kugel in Richtung der Antriebsache dehnt sie sich gleichzeitig senkrecht zur Antriebsachse aus. Die umgekehrte Verformung stellt sich beim Auseinanderdrücken des Antriebs ein (siehe Skizze). In jedem Fall ist die Verformung achsensymmetrisch. Der erste Prototyp wird mit einen Radius von $a = 5\,\mathrm{cm}$ gefertigt. Im Labor wird der Prototyp mit einer harmonischen Anregung bei einer Frequenz von $f = 10\,\mathrm{kHz}$ getestet. Eine Vermessung der Oberflächenauslenkung mit laseroptischen Methoden zeigt, dass die zeitliche Verformung der Oberfläche in guter Näherung durch die Formel




$$R(\theta, t) = a + E\,\left\{\cos^2(\theta) - \sin^2(\theta)\right\}\,\cos(2\pi f t) \tag{1}$$

beschrieben werden kann. Dabei ist $R(\theta, t)$ der momentane Radius der Kugel, der von dem Winkel $\theta$ relativ zur Antriebsachse und der Zeit $t$ abhängt. Die Größe $E$ gibt die maximale Änderung des Radius an. Sie beträgt bei den Tests $E = 0.02\,\mathrm{mm}$. Der Ingenieure aus der Entwicklungsabteilung der Firma versuchen, das Schallfeld der sich verformenden Kugel zu berechnen, um mit Messungen in einem reflexionsarmen Raum vergleichen zu können. Nach langem Grübeln kommen sie auf den Ansatz für das akustische Potential

$$\phi(r, \theta, t) = \mathrm{Re}\left[A\left\{\frac{e^{i(\omega t - kr)}}{r}\right\} + B\,\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}\left\{\frac{e^{i(\omega t - kr)}}{r}\right\}\right]\ . \tag{2}$$

Dabei ist $r$ der Abstand vom Mittelpunkt der Kugel. Durch Umformungen gelangen die Ingenieure auf die Gleichung

$$\phi(r, \theta, t) = \mathrm{Re}\left[\left\{AZ_1(r) + B\cos^2(\theta)Z_2(r) + BZ_3(r)\right\}e^{i(\omega t - kr)}\right] \tag{3}$$

woraus sie direkt für die radiale Schnelle im Feld

$$u_{\mathrm{R}}(r, \theta, t) = \mathrm{Re}\left[\left\{AW_1(r) + B\cos^2(\theta)W_2(r) + BW_3(r)\right\}e^{i(\omega t - kr)}\right] \tag{4}$$

ableiten. Die Größen $Z_1$, $Z_2$, $Z_3$, $W_1$, $W_2$ und $W_3$ sind komplex und hängen vom Abstand $r$ und der Wellenzahl $k$ ab. Zum Beispiel gilt

$$Z_3 = -\frac{1}{r^3} - \frac{ik}{r^2} \tag{5}$$

und

$$W_3 = -ikZ_3 + \frac{\mathrm{d}Z_3}{\mathrm{d}r} = \frac{3}{r^4} + \frac{3ik}{r^3} - \frac{k^2}{r^2} \tag{6}$$

**Fragen:**

**(a)** Wie groß wird die radiale Schelle auf der Kugeloberfläche maximal, und an welchen Stellen (Winkel $\theta$) wird das Maximum erreicht?

**(b)** Wie hängen die Größen $Z_1$ und $Z_2$ von $r$ und $k$ ab? Leite wie für $Z_3$ die entsprechenden Ausdrücke für $Z_1$ und $Z_2$ ab.

**(c)** Wie hängen die Größen $W_1$ und $W_2$ von $r$ und $k$ ab? Leite wie für $W_3$ die entsprechenden Ausdrücke für $W_1$ und $W_2$ ab.

**(d)** Wie müssen die Faktoren $A$ und $B$ gewählt werden, damit das Feld $\phi(r, \theta, t)$ die Randbedingung an der Kugel erfüllt? Drücke die Faktoren $A$ und $B$ als Funktion der Größen $W_j$ bei $r = a$, die zum Beispiel mit $W_{j,a} = W_j(r = a)$ abgekürzt werden können, aus.

**(e)** Wie groß sind $W_{1,a}$, $W_{2,a}$ und $W_{3,a}$ im konkreten Fall bei der gegebenen Frequenz? Gebe die komplexen Werte mit Real- und Imaginärteil und mit Einheiten an.

**(f)** Wie groß müssen $A$ und $B$ in dem konkreten Fall sein, um die Randbedingung zu erfüllen? Gebe die komplexen Werte mit Real- und Imaginärteil und mit Einheiten an.

**(g)** Wie sieht für die gegebene Frequenz und Auslenkung der RMS-Wert des Schalldrucks in 5 m Entfernung vom Kugelmittelpunkt aus? Stelle den Verlauf des RMS-Wertes als Funktion des Winkels $\theta$ dar.

**Hinweise:** Die Test finden unter Normalbedingungen mit $\rho_0 = 1.2\,\mathrm{kg/m^3}$ und $c = 340\,\mathrm{m/s}$ statt. Wenn Frage (d) nicht beantwortet werden kann und keine Ausdrücke für $A$ und $B$ gefunden werden, dann können diese Faktoren in Frage (f) auch numerisch bestimmt werden. Dazu werden Testpunkte auf der Kugeloberfläche definiert und die Lösung angepasst, so dass das Quadrat der Abweichungen in der radialen Schnelle minimal ist.